

灰色聚类法在膨胀土分类中的应用

李玉花, 冯晓腊, 严应征

(中国地质大学 工程学院, 湖北 武汉 430074)

摘 要: 介绍了灰色聚类法在膨胀土分类中的应用。以南水北调中线工程为例, 利用灰色系统理论中的灰色聚类法对膨胀土的胀缩等级做了评判, 结果表明: 用灰色聚类法对膨胀土进行分类, 使其分类数学化与定量化, 对于解决常规多因子分类中, 由于指标交叉而不能归类的问题更有其优越性。

关 键 词: 灰色系统; 灰色聚类法; 膨胀土

中图分类号: TU 443 文献标识码: A

Application of gray clustering procedure to classification of expansive soils

LI Yu-hua, FENG Xiao-la, YAN Ying-zheng

(Engineering Faculty, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China)

Abstract: The application of gray clustering procedure for classification of expansive soil is described. Taking the middle road scheme of the Water Transfer from South to North Project for example, the authors use gray clustering procedure of gray system to classify expansive soils. The result indicates that using gray clustering procedure of gray system to classify expansive soil is superior in solving the problem that it can't be classified for cross of index in general multiplefactor classification and making mathematization and quantification for classification.

Key words: gray system; gray clustering procedure; expansive soil

1 前 言

在膨胀土地区进行工程建设, 必须对膨胀土进行分类, 即将工程性质基本相近的膨胀土划为同类, 以便为工程的设计和施工提供合理的参数和科学依据。

膨胀土的分类方法一直是工程界关心的课题, 因为, 膨胀土的胀缩性受许多因素影响, 单因子的分类往往不能代表其胀缩特性, 工程中往往会出现这种情况: 由于选用分类因子的不同, 同一种膨胀土会被分为不同的膨胀级别。为了解决这个问题, 作者采用了灰色系统决策理论中的灰色聚类法来评判膨胀土的胀缩等级。

2 评判方法及步骤

灰色聚类是将聚类对象对于不同聚类指标所拥有的白化数, 按几个灰类进行归纳, 以判断该聚类对象属于哪一类。

用 $A, B, C \cdots$ 表示聚类对象, 用 D 表示分类指标集合, 即 $D = [d_1, d_2, \cdots d_n]$ 。每个指标因素有 m 个状态集, 共有 n 个指标因素, 则原始数据的样本矩阵为

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \cdots & d_{1n} \\ d_{21} & d_{22} & \cdots & d_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ d_{m1} & d_{m2} & \cdots & d_{mn} \end{bmatrix} \quad (1)$$

其评判步骤如下:

- (1) 分析影响分类因素, 选出最佳几个因素作为分类指标, 并确定各指标极性;
- (2) 在现场观察、试验、工程实践等基础上, 得出膨胀土胀缩等级指标;
- (3) 构造各指标的白化权函数及权系数计算公式;
- (4) 赋予各指标权重并计算综合权系数矩阵;
- (5) 判断各样点所属灰类。

3 确定分类指标^[1]

影响膨胀土胀缩的因素很多, 利用数学评判的指标, 既要反映膨胀土特性, 又必须与不同类型的工程相结合, 使其能适应生产的需要。因此, 综合目前水利工程膨胀土采用的指标, 以及南水北调工程的实际情况, 作者选用了 6 个因素作为评判指标, 即自由膨胀率 δ_{ef} 、胀缩总率 δ_{ps} 、膨胀力 P_e 、液限 W_L 、塑性指数 I_p 、残余内摩擦角 φ_r 。

由工程实践可知, 自由膨胀率 δ_{ef} 、胀缩总率 δ_{ps} 、膨胀力 P_e 越大, 膨胀土的胀缩性越强; 液限 W_L 、塑性指数 I_p 越高, 膨胀土的胀缩性也越强; 残余内摩擦角 φ_r 越大, 膨胀土的胀缩性越弱, 故自由膨胀率 δ_{ef} 、胀缩总率 δ_{ps} 、膨胀力 P_e 、液限 W_L 、塑性指数 I_p 为正极性指标, 残余内摩擦角 φ_r 为负极性指标。

由于各指标的含义不同, 量纲也不同, 故不能确定同一个界限, 而应根据指标的意义, 参考各指标数据的分布特征, 确定各指标、各灰类界限值列如表 1。应该指出, 表中胀缩等级的灰色聚类评估指标是在含水率为 23 % 左右的条件下获得的。

表 1 膨胀土灰色聚类评判各指标

分类	自由膨胀率 δ_{ef} /%	胀缩总率 δ_{ps} /%	膨胀力 P_e /kPa	液限 W_L /%	塑性指数 I_p /%	残余内摩擦角 φ_r /(°)
强膨胀土	≥ 90	≥ 4	≥ 120	≥ 50	≥ 25	< 13
中膨胀土	65~90	2~4	40~120	45~50	18~25	13~16
弱膨胀土	40~65	< 2	< 40	40~45	< 18	> 16

4 白化权函数及权系数计算^[2]

一般白化权函数分为 3 种基本类型, 其数学模型如下:

假设: 高类下限为 H , 中类中限为 Z , 低类上限为 L , 并记为 d_{ij} , i 代表指标分类, j 为指标值。则灰类白化权函数图及类别权系数计算公式如下

(1) 高类型 (如图 1)

$$f_1(ij) = \begin{cases} 1, & d_{ij} \geq H \\ \frac{d_{ij} - Z}{H - Z}, & Z < d_{ij} < H \\ 0, & d_{ij} \leq Z \end{cases} \quad (2)$$

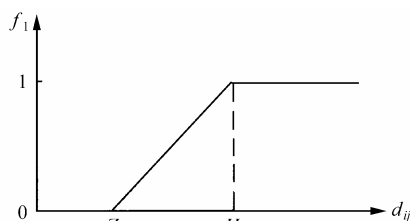


图 1 高类型白化权函数

Fig.1 Sketch of high type explicit weight function

(2) 中类型 (如图 2)

$$f_2(ij) = \begin{cases} 0, & d_{ij} \geq H \\ \frac{H - d_{ij}}{H - Z}, & Z < d_{ij} < H \\ 1, & d_{ij} = Z \\ \frac{d_{ij} - L}{Z - L}, & L < d_{ij} < Z \\ 0, & d_{ij} \leq L \end{cases} \quad (3)$$

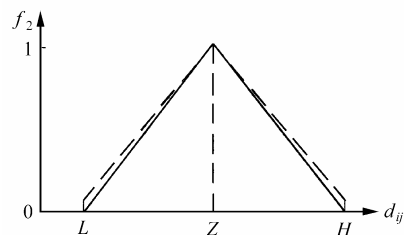


图 2 中类型白化权函数

Fig.2 Sketch of medial type explicit weight function

(3) 低类型 (如图 3)

$$f_3(ij) = \begin{cases} 1, & d_{ij} \leq L \\ \frac{Z - d_{ij}}{Z - L}, & L < d_{ij} < Z \\ 0, & d_{ij} \geq Z \end{cases} \quad (4)$$

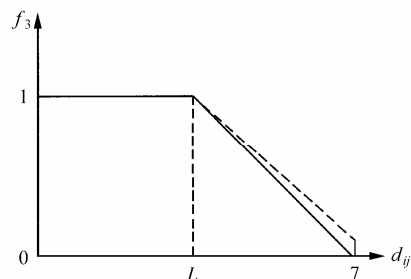


图 3 低类型白化权函数

Fig.3 Sketch of low type explicit weight function

由于残余内摩擦角 φ_r 为负极性指标, 需要进行变换, 其权函数及权系数计算公式如下

$$\text{强膨胀土 } f_1(ij) = \begin{cases} 0, & d_{ij} \geq 14.5 \\ \frac{14.5 - d_{ij}}{14.5 - 13}, & 13 < d_{ij} < 14.5 \\ 1, & d_{ij} \leq 13 \end{cases} \quad (5)$$

$$\text{中膨胀土 } f_2(ij) = \begin{cases} 0, & d_{ij} \geq 16 \\ \frac{16 - d_{ij}}{16 - 14.5}, & 14.5 < d_{ij} < 16 \\ 1, & d_{ij} = 14.5 \\ \frac{d_{ij} - 14.5}{14.5 - 13}, & 13 < d_{ij} < 14.5 \\ 0, & d_{ij} \leq 13 \end{cases} \quad (6)$$

弱膨胀土 $f_3(ij) = \begin{cases} 1, & d_{ij} \geq 16 \\ \frac{d_{ij} - 14.5}{16 - 14.5}, & 14.5 < d_{ij} < 16 \\ 0, & d_{ij} \leq 14.5 \end{cases} \quad (7)$

本文以南水北调中线工程南阳膨胀土与邯郸膨胀土的 6 组样品为例进行评判分类，其试验指标见表 2。

表 2 南水北调中线膨胀土试验指标
Table 2 Testing indexes of the Middle Route Scheme of South to North Water Transfer Project

试样编号	δ_{ef} /%	δ_{ps} /%	P_e /kPa	W_L /%	I_p /%	ϕ_r / (°)
D ₁ (邯郸)	131	6.2	150	49.6	26	12.2
D ₂ (邯郸)	68	3.2	60	45.1	19	14.0
D ₃ (邯郸)	67	2.6	20	36.4	16	17.7
D ₄ (南阳)	95	9.4	219	55.4	27	9.5
D ₅ (南阳)	52	5.6	88	44.1	22	17.0
D ₆ (南阳)	46	32	31	43.1	20	20.3

将自由膨胀率 δ_{ef} 、胀缩总率 δ_{ps} 、膨胀力 P_e 、液限 W_L 、塑性指数 I_p 、残余内摩擦角 ϕ_r 的类别界限值代入上述白化权函数及权系数计算公式，并代入各样品指标值，得权系数矩阵如下：

自由膨胀率			胀缩总率		
高	中	低	高	中	低
1.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000
0.120	0.880	0.000	0.200	0.800	0.000
0.080	0.920	0.000	0.000	0.600	0.400
1.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000
0.000	0.480	0.520	1.000	0.000	0.000
0.000	0.240	0.760	1.000	0.000	0.000

膨胀力			液 限		
高	中	低	高	中	低
1.000	0.000	0.000	0.900	0.100	0.000
0.000	0.500	0.500	0.000	0.775	0.225
0.000	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000
1.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000
0.200	0.800	0.000	0.000	0.525	0.475
0.000	0.000	1.000	0.000	0.275	0.725

塑性指数			残余内摩擦角		
高	中	低	高	中	低
1.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000
0.000	0.286	0.714	0.333	0.667	0.000
0.000	0.000	1.000	0.000	0.000	1.000
1.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000
0.143	0.857	0.000	0.000	0.000	1.000
0.000	0.571	0.429	0.000	0.000	1.000

5 各指标权重及评估结果

根据各指标对膨胀土胀缩性的相关程度，赋予各指标权重为：自由膨胀率 $\delta_{ef} = 0.21$ ；胀缩总率 $\delta_{ps} = 0.20$ ；膨胀力 $P_e = 0.17$ ；液限 $W_L = 0.16$ ；塑性指数 $I_p = 0.14$ ；残余内摩擦角 $\phi_r = 0.12$ 。

将计算所得的权系数矩阵的对应值，进行加权平均，可得综合权系数矩阵。并根据各样品行向量最大值判断各样品所属灰类。评估结果见表 3。

表 3 南水北调中线膨胀土胀缩等级评判
Table 3 Swelling and shrinkage grade judgement of expansive soils of the Middle Route Scheme of South to North Water Transfer Project

试样编号	高	中	低	评判结果
D ₁ (邯郸)	0.984	0.016	0.000	高
D ₂ (邯郸)	0.105	0.672	0.221	中
D ₃ (邯郸)	0.017	0.313	0.510	低
D ₄ (南阳)	1.000	0.000	0.000	高
D ₅ (南阳)	0.254	0.441	0.305	中
D ₆ (南阳)	0.200	0.174	0.626	低

6 结 语

对南水北调中线工程南阳膨胀土与邯郸膨胀土的 6 组样品的评判结果，与从宏观和微观结构特征以及主要单因子分析评判结果基本一致，这表明用灰色聚类法对膨胀土进行分类有一定的意义，它使分类数学化与定量化，特别对于解决常规多因子分类中，由于指标交叉而不能归类的问题更有其优越性。

参 考 文 献

[1] 刘特洪.《水利工程的膨胀土问题》研究报告[R]. 1995.
[2] 王学萌, 张继忠, 王荣.《灰色系统分析及实用计算程序》[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 1992 年.